

به منظور هماهنگی درس مدار با درس ماشین‌های الکتریکی AC، این فصل برای هنرجویان رشته‌ی الکتروتکنیک بعد از فصل هفتم آموزش داده شود.

فصل اول

مدارهای الکتریکی جریان مستقیم

هدف‌های رفتاری

- در پایان این فصل از هنرجو انتظار می‌رود:
- ۱- مفهوم تحلیل مدارهای الکتریکی را بیان کند.
 - ۲- عناصر فعال و غیرفعال مدار را تعریف کند و مشخصات آن‌ها را شرح دهد.
 - ۳- مدارهای جریان مستقیم را به روش جریان حلقه حل کند.
 - ۴- مدارهای جریان مستقیم را به روش پتانسیل گره حل کند.
 - ۵- مدارهای جریان مستقیم را به روش اصل جمع آثار تحلیل کند.
 - ۶- منابع ولتاژ و جریان را به یک‌دیگر تبدیل کند.
 - ۷- معادل تونن و نورتن مدارهای جریان مستقیم را به دست آورد.
 - ۸- شرایط انتقال ماکزیمم توان را به بار شرح دهد و ماکزیمم توان انتقالی را محاسبه کند.
 - ۹- رفتار سلف و خازن را در جریان dc در حالت ماندگار بیان کند.

۱-۱- مقدمه

در درس مبانی برق با مدارهای الکتریکی آشنا شدید. عناصر مدار را که شامل منابع ولتاژ، مقاومت‌های اهمی، سلفی و خازنی است شناختید و مشخصات آن‌ها را در جریان مستقیم و متناوب بررسی کردید. مدارهای ساده را که از یک یا چند حلقه درست شده بودند یا دارای یک منبع تغذیه بودند، مورد تجزیه و تحلیل قرار دادید و در این مدارها جریان و ولتاژ و توان را در مصرف‌کننده‌ها و منابع محاسبه کردید. هم‌چنین ولتاژ دوسر یک مقاومت را در مدار سری از طریق تقسیم ولتاژ و جریان یک مصرف‌کننده را در مدارهای موازی به روش تقسیم جریان به دست آوردید.

مقاومت، ضریب خودالقایی و ظرفیت معادل را در مدارهای سری، موازی و مختلط محاسبه کردید و بالاخره، قوانین اهم، ولتاژهای کیرشهف در مدارهای سری و جریان‌های کیرشهف در انشعاب‌ها را برای حل مسایل به کار بردید. اما با مدارهایی که شامل چند حلقه باشند و در هر حلقه منابع تغذیه وجود داشته باشد، تاکنون برخورد نداشته‌اید. ما در این فصل مدارهایی را مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌دهیم که دارای منابع و حلقه‌های متعدد باشند. وقتی می‌گوییم مدار را مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌دهیم، یعنی جریان‌ها و ولتاژها و نیز توان‌های هر مصرف‌کننده را محاسبه و تعیین می‌کنیم که مثلاً کدام منبع، انرژی بیش‌تری به مصرف‌کننده‌ها می‌دهد یا حتی گاهی نتیجه می‌گیریم که فلان منبع نه تنها به مدار انرژی نمی‌دهد بلکه خود مصرف‌کننده است. برای این که بتوانیم این مدارها را مورد تجزیه و تحلیل قرار دهیم، از روش‌های مختلفی می‌توانیم استفاده کنیم. برخی از این روش‌ها که در این فصل به کمک آن‌ها به تجزیه و تحلیل مدارها می‌پردازیم، عبارت‌اند از:

الف - جریان‌های حلقه

ب - پتانسیل‌گره

پ - اصل جمع آثار

ت - معادل سازی تونن و نورتن مدار

۱-۲- عناصر مدار

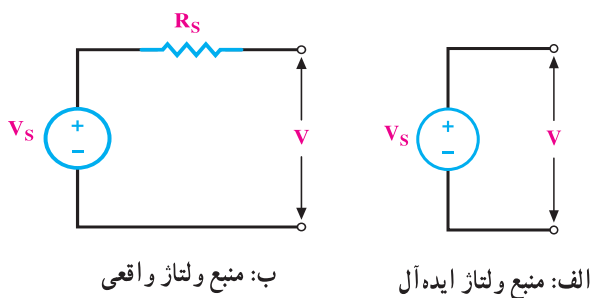
به‌طور کلی عناصر مدار را می‌توان به دو گروه عناصر فعال و عناصر غیرفعال تقسیم کرد.

عناصر غیرفعال: عناصری هستند که انرژی الکتریکی را مصرف (به عبارت دیگر تبدیل)

می‌کنند یا آن را در خود ذخیره می‌سازند. این عناصر عبارت‌اند از: مقاومت‌های اهمی، سلف‌ها و خازن‌ها.

مقاومت اهمی: عنصری است که جریان آن با ولتاژ دوسر آن متناسب است.
سلف: عنصری است که ولتاژ دو سر آن با تغییرات جریان نسبت به زمان در آن متناسب است.
خازن: عنصری است که جریان آن با تغییرات ولتاژ دوسرش نسبت به زمان متناسب است.
 البته با توجه به این که سلف در جریان مستقیم اتصال کوتاه و خازن در جریان مستقیم به صورت یک مدار باز عمل می‌کند، مدارهایی که در این فصل مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرند بیش‌تر دارای مقاومت‌های اهمی هستند.

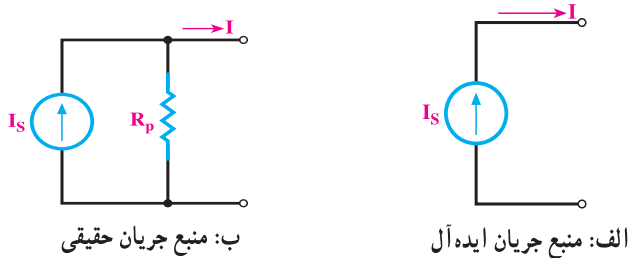
عناصر فعال: به عناصری گفته می‌شود که انرژی مدار را تأمین می‌کنند. این عناصر عبارت‌اند از: منابع ولتاژ و منابع جریان. هر یک از این عناصر فعال به دو گروه ایده‌آل و حقیقی تقسیم می‌شوند.
منبع ولتاژ ایده‌آل: منبعی است که در بارهای مختلف ولتاژ ثابتی به مدار می‌دهد.
منبع ولتاژ حقیقی: منبعی است که با افزایش جریان بار (کاهش مقاومت مدار)، ولتاژ خروجی آن کاهش می‌یابد. منبع ولتاژ حقیقی را می‌توان منبع ولتاژ ایده‌آلی دانست که یک مقاومت اهمی کوچک با آن سری شده است. منابع تغذیه در صنعت منابع ولتاژ حقیقی هستند و منابع ایده‌آل وجود خارجی ندارند ولی با تقریب می‌توان منابع ولتاژ با انرژی بسیار بزرگ را ایده‌آل فرض کرد (شکل ۱-۱).



شکل ۱-۱

منابع جریان ایده‌آل: منابعی هستند که در بارهای مختلف جریان ثابتی به مدار می‌دهند. به عبارت دیگر، اگر مقاومت بار تغییر کند ولتاژ آن تغییر می‌کند ولی جریان آن ثابت می‌ماند. منابع جریان بیش‌تر در مدارهای الکترونیکی دیده می‌شوند و به صورت ایده‌آل وجود ندارند.
منابع جریان واقعی: منابع جریان ایده‌آلی هستند که با یک مقاومت بزرگ اهمی به صورت

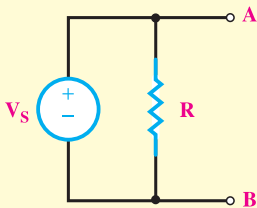
موازی قرار گرفته‌اند. در نتیجه، در صورت تغییر بار با توجه به ثابت بودن جریان منبع، جریان در مصرف‌کننده قدری تغییر می‌کند (شکل ۱-۲).



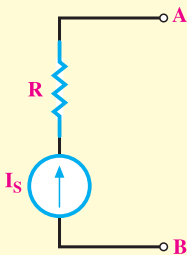
شکل ۱-۲

تذکر

از آنجایی که منابع ولتاژ و جریان ایده‌آل به ترتیب مقادیر ولتاژ و جریان ثابتی به مدار می‌دهند به همین خاطر حضور یک مقاومت موازی با منبع ولتاژ



و همچنین اتصال یک مقاومت سری با منبع جریان اثری در خروجی این منابع ندارد.



۳-۱- تحلیل مدار به روش جریان حلقه

برای تحلیل مدار به روش جریان حلقه، از قانون ولتاژهای کیرشهف^۱ (K.V.L) استفاده می‌شود. بدین منظور، مراحل زیر را طی می‌کنیم.

مرحله ۱ در صورت نیاز و به طوری که پارامترهای مجهول مدار از بین نروند ابتدا مدار را تا حد ممکن ساده می‌کنیم.

مرحله ۲ برای هر حلقه، یک جریان در جهت دلخواه منظور می‌کنیم. برای سادگی کار و کم‌تر شدن اشتباهات، بهتر است جریان همه‌ی حلقه‌ها را در یک جهت فرض کنیم. ما در این قسمت، جریان حلقه‌ها را در جهت حرکت عقربه‌های ساعت فرض می‌کنیم.

مرحله ۳ با حرکت در جهت جریان انتخابی در هر حلقه، با استفاده از قانون ولتاژهای کیرشهف (K.V.L) معادله‌ی ولتاژها را برای هر حلقه می‌نویسیم. (نقطه شروع حرکت مهم نیست)

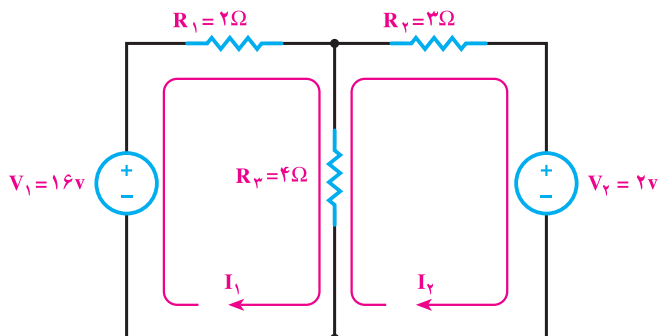
مرحله ۴ در هنگام حرکت در یک حلقه اگر به عنصری رسیدیم که با حلقه‌ی دیگری مشترک است، جریان آن عنصر از جمع جبری جریان دو حلقه‌ی طرفین آن به دست می‌آید.

مرحله ۵ با توجه به این‌که در مصرف‌کننده‌ها جریان به پلاریته‌ی مثبت وارد می‌شود و ما در هنگام نوشتن معادلات در جهت جریان حرکت می‌کنیم، پس ولتاژ همه‌ی مصرف‌کننده‌ها مثبت است. طبیعی است که ولتاژ منابع تغذیه با توجه به پلاریته‌ی آن‌ها در معادلات نوشته می‌شود؛ یعنی، اگر در جهت حرکت به مثبت منبع برسیم، ولتاژ آن را با علامت مثبت و اگر به منفی منبع برسیم، ولتاژ آن را با علامت منفی در معادله منظور می‌کنیم.

مرحله ۶ در این روش به تعداد حلقه‌های انتخاب شده در مدار، معادله تشکیل می‌دهیم. پس n معادله با n مجهول به دست می‌آید. مجهولات؛ جریان‌های حلقه‌ها هستند و با حل معادله‌ها جریان‌ها به دست می‌آیند در نتیجه، ولتاژها و توان‌های تمامی عناصر مدار محاسبه خواهد شد.

^۱—Kirichhof Voltage Low

مثال ۱: در مدار شکل ۱-۳ توان هر یک از مقاومت‌های مدار را حساب کنید.



شکل ۱-۳

راه حل:

الف: برای هر حلقه جریانی را در جهت حرکت عقربه‌های ساعت منظور می‌کنیم و از یک نقطه در هر حلقه حرکت می‌کنیم و معادلات K.V.L. را می‌نویسیم.

حلقه ۱ KVL $R_1 I_1 + R_3 (I_1 - I_2) - V_1 = 0$

$$\rightarrow 2I_1 + 4(I_1 - I_2) - 16 = 0$$

حلقه ۲ KVL $R_2 I_2 + V_2 + R_3 (I_2 - I_1) = 0$

$$\rightarrow 3I_2 + 2 + 4(I_2 - I_1) = 0$$

ب: معادله‌ها را مرتب کرده و حل می‌کنیم.

$$\begin{cases} 2 \{ 6I_1 - 4I_2 = 16 \\ 3 \{ -4I_1 + 7I_2 = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12I_1 - 8I_2 = 32 \\ -12I_1 + 21I_2 = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} 13I_2 = 26 & I_2 = 2A \end{matrix}$$

$$6I_1 - 4 \times 2 = 16 \Rightarrow 6I_1 = 24 \Rightarrow I_1 = 4A$$

پ: برای محاسبه توان هر یک از مقاومت‌ها باید ابتدا جریان‌های هر مقاومت را محاسبه و سپس توان‌ها را به صورت زیر به دست آورد.

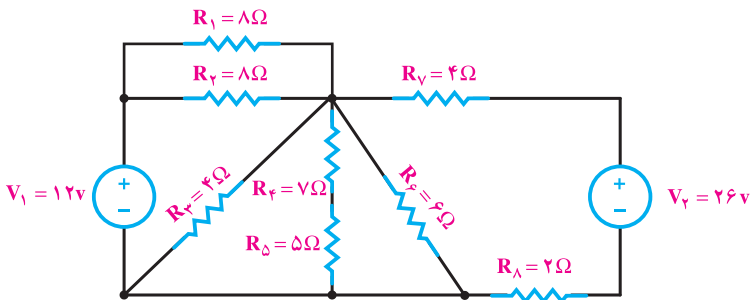
$$\begin{aligned} I_{R_1} &= I_1 = 4A \\ I_{R_2} &= I_2 = 2A \\ I_{R_3} &= I_3 = I_1 - I_2 = 4 - 2 = 2A \end{aligned}$$

$$P_{R_1} = R_1 \cdot I_1^2 = 2 \times (4)^2 = 32 \text{ W}$$

$$P_{R_2} = R_2 \cdot I_2^2 = 3 \times (2)^2 = 12 \text{ W}$$

$$P_{R_3} = R_3 \cdot I_3^2 = 4 \times (2)^2 = 16 \text{ W}$$

مثال ۲: در مدار شکل ۱-۴ توانی را که هر منبع به مدار می‌دهد حساب کنید.



شکل ۱-۴

حل: در این مدار چون تعداد مقاومتها زیاد است و امکان ساده‌سازی را نیز دارد به همین دلیل ابتدا مدار را بر پایه‌ی قواعد سری و موازی تا حد امکان ساده می‌کنیم.

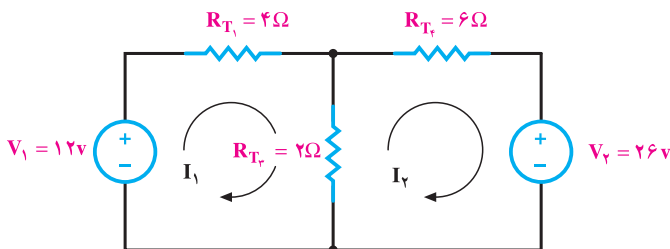
$$R_{T_1} = R_1 \parallel R_2 = \frac{8 \times 8}{8 + 8} = \frac{64}{16} = 4\Omega$$

$$R_{T_2} = R_4 + R_5 = 7 + 5 = 12\Omega$$

$$R_{T_3} = R_3 \parallel R_{T_1} \parallel R_6 = \frac{1}{\frac{1}{4} + \frac{1}{12} + \frac{1}{6}} = \frac{1}{\frac{3+1+2}{12}} = \frac{12}{6} = 2\Omega$$

$$R_{T_4} = R_7 + R_8 = 4 + 2 = 6\Omega$$

شکل مدار پس از ساده‌سازی به صورت شکل زیر است.



با کمی دقت مشاهده می‌شود شکل مدار به دست آمده مشابه شکل ۱-۳ شده به همین خاطر بقیه‌ی مراحل را مطابق مثال قبل عمل می‌کنیم.

$$\begin{cases} \text{معادله‌ی حلقه‌ی ۱} & \left\{ R_{T_1} \cdot I_1 + R_{T_2} (I_1 - I_2) - V_1 = 0 \right. \\ \text{معادله‌ی حلقه‌ی ۲} & \left. \left\{ R_{T_2} I_2 + V_2 + R_{T_2} (I_2 - I_1) = 0 \right. \right. \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 4I_1 + 2(I_1 - I_2) - 12 = 0 \\ 6I_2 + 26 + 2(I_2 - I_1) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6I_1 - 2I_2 = 12 \\ -2I_1 + 8I_2 = -26 \end{cases}$$

پس از مرتب‌سازی معادلات و حل دستگاه داریم:

$$I_1 = 1A \quad \text{و} \quad I_2 = -3A$$

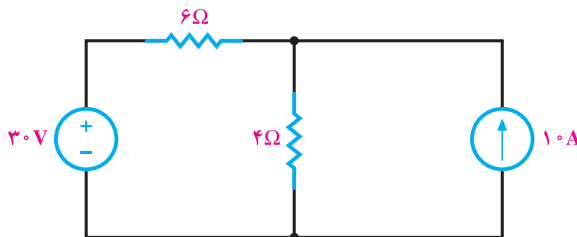
علامت منفی جریان I_2 نشان دهنده آن است که جهت انتخابی برای حلقه خلاف جهت واقعی فرض شده است.

برای محاسبه‌ی توان هر منبع باید به جهت جریان توجه داشت. چرا که براساس آن می‌توان مقدار و نوع توان را تعیین نمود. هرگاه جهت جریان به قطب مثبت منبع وارد شود علامت ولتاژ در رابطه $P=V \cdot I$ را مثبت و در صورتی که به قطب منفی وارد شود علامت آن را منفی منظور می‌کنیم. چنانچه حاصل توان منفی باشد یعنی، مولد به شبکه توان می‌دهد و اگر توان مثبت شد، یعنی، مولد، خود مصرف‌کننده شده است.

$$P_{V_1} = V_1 \cdot I_1 = (-12) \times 1 = -12 \text{ W}$$

$$P_{V_2} = V_2 \cdot I_2 = 26 \times (-3) = -78 \text{ W}$$

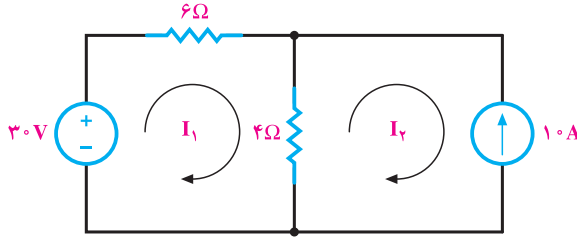
پس معلوم می‌شود که منبع ۱۲ ولت، ۱۲ وات و منبع ۲۶ ولت، ۷۸ وات توان به مدار می‌دهد در نتیجه، مشخص است که مقاومت‌های موجود در مدار در مجموع ۹۰ وات توان مصرف می‌کنند. **مثال ۳:** توان مصرفی در مقاومت ۴ اهم را در شکل ۱-۵ به روش جریان حلقه محاسبه کنید.



شکل ۱-۵

راه حل:

الف: ابتدا جریان حلقه‌ها را تعیین می‌کنیم (شکل ۶-۱).



شکل ۶-۱

ب: سپس معادلات حلقه‌ها را می‌نویسیم. در حلقه‌ی دوم چون منبع جریان قرار دارد پس می‌توان به راحتی و بدون نوشتن معادله‌ی KVL جریان شاخه‌ی سمت راست مدار یعنی جریان حلقه‌ی دوم را برابر 10 A امپر در نظر گرفت. اما چون جهت جریان فرض شده برای حلقه‌ی دوم با جهت منبع جریان مخالف است باید I_2 را به صورت $I_2 = -10\text{ A}$ در نظر گرفت. پس کافی است معادله‌ی K.V.L. را برای حلقه‌ی اول بنویسیم و آن را حل کنیم تا جریان I_1 را به دست آوریم.

$$\text{KVL در حلقه‌ی ۱} \quad 6I_1 + 4(I_1 - I_2) - 30 = 0 \quad I_2 = -10\text{ A}$$

$$6I_1 + 4(I_1 + 10) - 30 = 0 \rightarrow 10I_1 = -10 \rightarrow I_1 = -1\text{ A}$$

پ: جریان مقاومت 4Ω برابر است با:

$$I_{4\Omega} = I_1 - I_2 = -1 - (-10) = 9\text{ A}$$

ت: توان در مقاومت 4Ω نیز برابر است با:

$$P_{4\Omega} = 4 \times (9)^2 = 324\text{ W}$$

۴-۱- تحلیل مدار به روش پتانسیل‌گره

برای حل مدار به روش پتانسیل‌گره از قانون جریان‌های کیرشهف^۱ (K.C.L.) استفاده می‌شود.

بدین منظور، مراحل زیر را طی می‌کنیم.

^۱ Kirishhof Current Low

مرحله ۱ مدار را تا حد ممکن ساده می‌کنیم؛ مثلاً مقاومت‌های موازی یا سری را به صورت

معادل آن‌ها قرار می‌دهیم یا گره‌های گسترده () را یک جا رسم () می‌کنیم.

مرحله ۲ گره‌های مدار را مشخص می‌کنیم و به هر کدام یک پتانسیل نسبت می‌دهیم؛

مانند V_1, V_2, \dots, V_n .

مرحله ۳ یکی از نقاط گره را — که بهتر است پتانسیل آن‌ها باشد — به عنوان گره مبنا

انتخاب می‌کنیم. فرض بر این است که پتانسیل گره مبنا صفر است.

مرحله ۴ برای هر گره، معادله‌ی جریان‌های کیرشهف (K.C.L.) را می‌نویسیم. برای نوشتن

معادله در هر گره به جز منابع جریان (که جهت جریان مشخصی دارند) جریان بقیه‌ی شاخه‌ها را خروجی در نظر می‌گیریم و با علامت مثبت منظور می‌کنیم. علامت جریان‌های ورودی به گره منفی خواهد بود^۱.

مرحله ۵ برای مدار n گره، $n-1$ معادله نوشته می‌شود که شامل معادله‌ی گره‌ها به جز

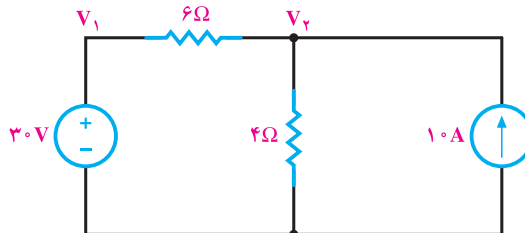
گره مبناست. تعداد معادله‌ها با تعداد مجهولات — که پتانسیل‌های گره‌ها هستند — برابر است.

مرحله ۶ با حل دستگاه معادلات چندمجهولی، پتانسیل گره‌ها را به دست می‌آوریم.

مرحله ۷ با معلوم بودن پتانسیل گره‌ها، جریان هر شاخه به راحتی به کمک قانون اهم محاسبه

می‌شود.

مثال ۴: توان مصرفی مقاومت ۴ اهم را در شکل ۱-۷ به روش پتانسیل گره حساب کنید.

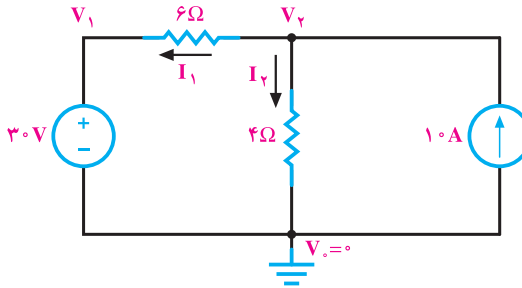


شکل ۱-۷

^۱— تعیین علامت + یا - برای جریان‌های ورودی و یا خروجی یک گره اختیاری بوده و عکس حالت مرحله ۴ نیز می‌تواند

راه حل:

الف: این مدار شکل ساده‌ای دارد و ساده‌تر نمی‌شود.
 ب: گره پایین را مبنا اختیار می‌کنیم و به بقیه‌ی گره‌ها ولتاژ نسبت می‌دهیم (شکل ۸-۱).



شکل ۸-۱

پ: اکنون معادله‌ی جریان‌ها را در گره می‌نویسیم. در این مثال، پتانسیل گره ۱ معلوم است؛ زیرا از آن‌جا که یک سر منبع ولتاژ به گره مبنا وصل است، پتانسیل سر دیگر آن بسته به پلاریته‌ی منبع به اندازه‌ی اختلاف پتانسیل دوسر آن بیشتر یا کم‌تر از پتانسیل مبنا خواهد بود. در این‌جا گره ۱ به پلاریته‌ی مثبت منبع وصل است. پس پتانسیل آن برابر ۳۰ ولت می‌شود. در نتیجه، معادله‌ی جریان‌ها را فقط برای گره ۲ می‌نویسیم.

$$\text{KCL در گره ۲} \quad +I_1 + I_2 - 10 = 0 \quad + \frac{V_2 - V_1}{6} + \frac{V_2 - V_0}{4} - 10 = 0$$

چون جهت I_3 مخالف جهت منبع جریان است برای آن علامت منفی در نظر می‌گیریم.
 با جاگذاری مقادیر V_1 و V_0 خواهیم داشت:

$$\frac{V_2 - 30}{6} + \frac{V_2}{4} = 10$$

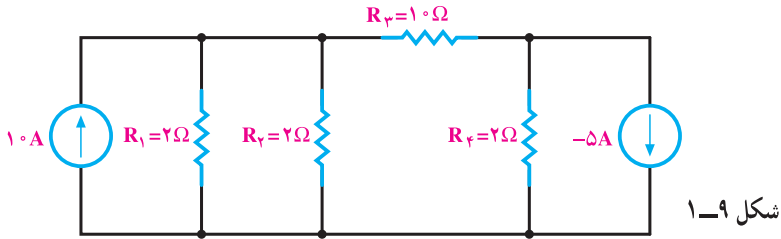
معادله‌ی بالا را حل می‌کنیم و ولتاژ V_2 را به دست می‌آوریم.

$$\frac{2(V_2 - 30) + 3V_2}{12} = 10 \rightarrow 5V_2 - 60 = 120$$

$$5V_2 = 180 \rightarrow V_2 = \frac{180}{5} = 36V$$

$$P_{4\Omega} = \frac{V_2^2}{4} = \frac{36^2}{4} = 324W$$

مثال ۵: در مدار شکل ۱-۹ جریان را در مصرف کننده 1° اهم حساب کنید.



راه حل:

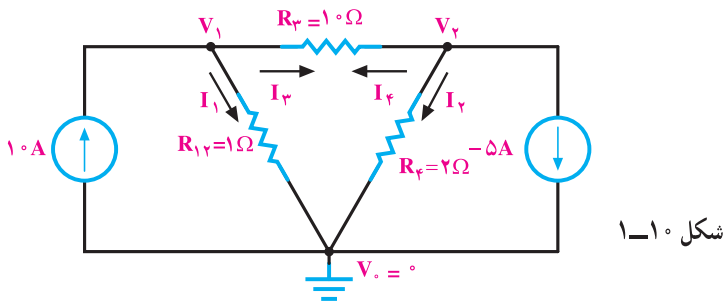
الف: ابتدا مقاومت R_1 و R_2 را با هم موازی می‌کنیم و مدار را به صورت شکل ۱-۱۰ ساده

می‌کنیم.

$$R_{12} = (R_1 \parallel R_2) = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2} = \frac{2 \times 2}{2 + 2} = 1\Omega$$

ب: گره‌های مدار را تعیین می‌کنیم و به هر یک پتانسیلی را نسبت می‌دهیم.

پ: برای هر شاخه یک جهت جریان تعیین می‌کنیم.



ت: در این مدار سه گره داریم. پس KCL را برای گره‌های ۱ و ۲ می‌نویسیم و برای آن‌ها

معادله تشکیل می‌دهیم.

→ KCL گره ۱ $-1^\circ + I_1 + I_3 = 0 \quad -1^\circ + \frac{V_1}{1} + \frac{V_1 - V_2}{1^\circ} = 0$

→ KCL گره ۲ $+I_2 + I_4 + (-5) = 0 \quad +\frac{V_2 - V_1}{1^\circ} + \frac{V_2}{2} + (-5) = 0$


ث: معادله‌ها را مرتب کرده حل می‌کنیم تا V_1 و V_2 به دست آید.

$$\begin{cases} 11V_1 - V_2 = 100 \\ -V_1 + 6V_2 = 50 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_1 = 10V \\ V_2 = 10V \end{cases}$$

ج: اکنون جریان مقاومت 10 اهم به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$I_{10\Omega} = \frac{V_1 - V_2}{10} = \frac{10 - 10}{10} = 0 \text{ A}$$

پس در این مدار از مقاومت 10Ω جریانی عبور نمی‌کند. البته در رابطه‌ی بالا می‌شد $\frac{V_2 - V_1}{10}$ هم نوشت که در این صورت جهت جریان به دست آمده از سمت گره ۲ به سمت گره ۱ تعیین می‌شد. به هر حال، در این مثال خاص که مقدار جریان صفر است، هیچ مسئله‌ای نیز در مورد جهت جریان وجود ندارد.

 نتیجه: اگر در مداری تعداد حلقه‌ها زیاد ولی تعداد گره‌ها کم باشد، استفاده از روش پتانسیل گره مناسب‌تر است، اگر تعداد حلقه‌ها کم‌تر از تعداد گره‌ها باشد، استفاده از روش جریان حلقه بهتر است؛ زیرا معادلات کم‌تری تشکیل می‌شود و حل کردن آن‌ها ساده‌تر است.

۵-۱- تحلیل مدار به روش اصل جمع آثار

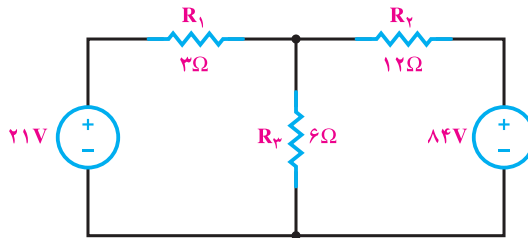
در مدارهای الکتریکی که چند منبع تغذیه دارند، هریک از منابع در مدار جریانی ایجاد می‌کند و جریان هر عنصر در مدار از جمع جبری جریان‌هایی که هر منبع در آن عنصر ایجاد می‌کند به دست می‌آید. به عبارت دیگر، جریان عناصر مدار از مجموع جبری آثار تک‌تک منابع در مدار حاصل می‌شود. در تحلیل مدار به روش جمع آثار باید اثر هر یک از منابع را به‌طور جداگانه با بی‌اثر کردن منابع دیگر بر کمیت مجهول محاسبه کرد. جمع آثار در مورد ولتاژ دوسر هر عنصر نیز صادق است ولی در مورد کمیت‌هایی که با مجذور جریان یا ولتاژ متناسب هستند صدق نمی‌کند. مثلاً توان در یک مقاومت اهمی را نمی‌توان از مجموع توان‌هایی به دست آورد که هر منبع به تنهایی می‌تواند در آن عنصر ایجاد کند.

تذکر

وقتی منبع ولتاژ را از مدار حذف می‌کنیم، دوسر آن را اتصال کوتاه می‌کنیم در صورتی که بخواهیم منبع جریانی را از مدار حذف کنیم، باید آن را باز کرده و از مدار جدا سازیم.

مثال ۶: در مدار شکل ۱-۱۱ جریان را در مقاومت‌های R_1 و R_2 و R_3 و توان و ولتاژ

مقاومت ۶ اهم را محاسبه کنید.

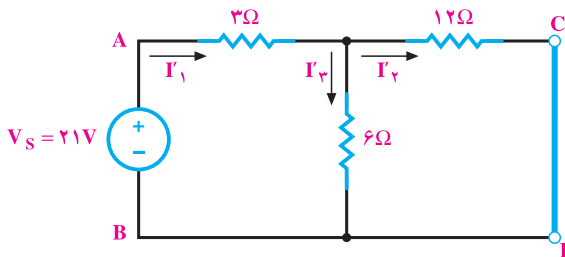


شکل ۱-۱۱

راه حل:

الف: ابتدا به جز یک منبع (مثلاً ۲۱ V) بقیه‌ی منابع را از مدار حذف می‌کنیم. حال برای هر عنصر جریانی را در نظر می‌گیریم و آن‌ها را مطابق روش‌هایی که قبلاً آموخته‌ایم،

حساب می‌کنیم (شکل ۱-۱۲).



شکل ۱-۱۲

می‌بینیم مقاومت ۶ اهمی به صورت موازی با مقاومت ۱۲ اهمی و مجموعه آن‌ها به صورت سری

با مقاومت ۳ اهمی قرار دارد.

$$R_{AB} = (6 \parallel 12) + 3$$

$$R_{AB} = \frac{12 \times 6}{12+6} + 3 = 7\Omega$$

$$I'_1 = \frac{21}{7} = 3A$$

$$I'_2 = I'_1 \times \frac{6}{12+6} = 3 \times \frac{1}{3} = 1A$$

$$I'_3 = 3 \times \frac{12}{12+6} = 2A$$

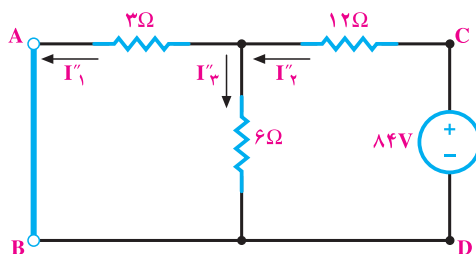
ب: این بار منبع دوم را حذف می‌کنیم و مجدداً جریان عناصر مدار را محاسبه می‌نماییم (شکل ۱۳-۱).

$$R_{CD} = \frac{3 \times 6}{3+6} + 12 = 14\Omega$$

$$I''_1 = \frac{84}{14} = 6A$$

$$I''_2 = 6 \times \frac{3}{3+6} = 2A$$

$$I''_3 = 6 \times \frac{6}{3+6} = 4A$$



شکل ۱۳-۱

اگر جریان‌های هر عنصر را که در دو حالت محاسبه شده با توجه به جهت آن‌ها با یکدیگر جمع کنیم، جریان هر عنصر برای زمانی که هر دو منبع در مدار هستند به دست می‌آید.

$$I_1 = I''_1 - I'_1 = 6 - 3 = 3A$$

$$I_2 = I''_2 - I'_2 = 2 - 1 = 1A$$

$$I_3 = I''_3 + I'_3 = 2 + 2 = 4A$$

پ: برای محاسبه‌ی ولتاژ مقاومت ۶ اهم، می‌توان به دو صورت زیر عمل کرد.

$$1) V_{6\Omega} = I_3 \times 6 = 4 \times 6 = 24[V]$$

$$2) V_{6\Omega} = I'_2 \times 6 + I''_2 \times 6 = 1 \times 6 + 2 \times 6 = 18[V]$$

ت: توان در مقاومت ۶ اهمی از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید.

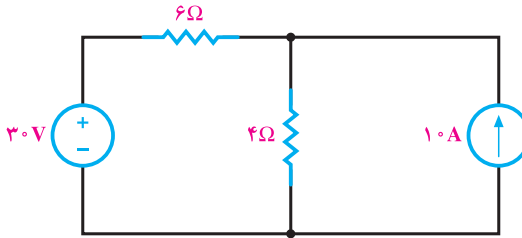
$$P = 6 \times I_2^2 = 6 \times 1^2 = 6W$$

توجه کنید که توان این مقاومت را نمی‌توان از رابطه‌ی زیر به‌دست آورد؛ زیرا حاصل ۹۶ وات نمی‌شود:

$$6 \times I_3^2 + 6 \times I_3'^2 = 6 \times 2^2 + 6 \times 2^2 = 48 \neq 96$$

مثال ۷: توان مصرفی در مقاومت ۴ اهم را در شکل ۱۴-۱ به روش اصل جمع آثار حساب

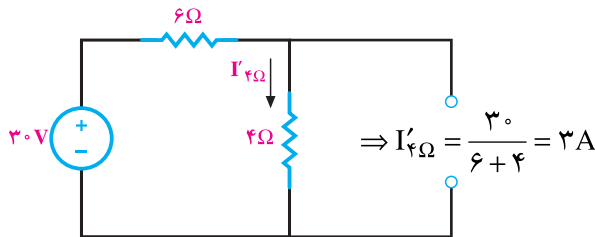
کنید.



شکل ۱۴-۱

راه حل:

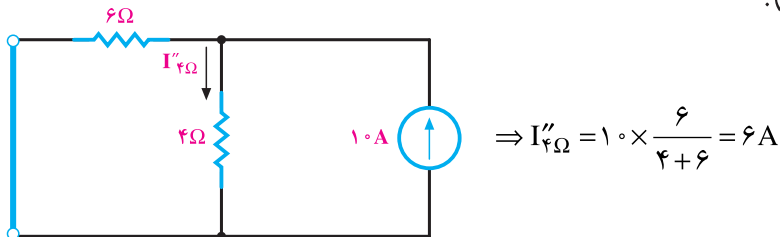
الف: منبع جریان را حذف و جریان مقاومت ۴Ω را محاسبه می‌کنیم (شکل ۱۵-۱).



شکل ۱۵-۱

ب: منبع ولتاژ را حذف می‌کنیم و مجدداً جریان مقاومت ۴Ω را به‌دست می‌آوریم (شکل

۱۶-۱).




شکل ۱۶-۱

پ: اکنون با جمع آثار، جریان مقاومت 4Ω را در مدار اصلی به دست می آوریم و سپس توان آن را حساب می کنیم.

$$I_{4\Omega} = I'_{4\Omega} + I''_{4\Omega} = 3 + 6 = 9A$$

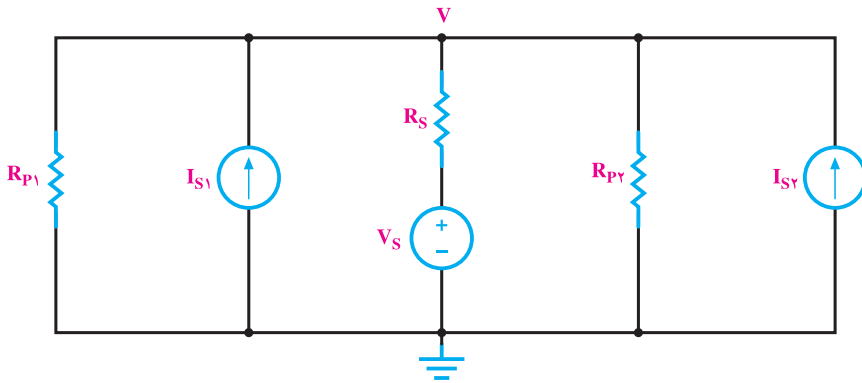
$$P_{4\Omega} = 4 \times 9^2 = 324W$$

همان طور که دیدید، مدار فوق را به هر سه روش اصل جمع آثار، پتانسیل گره و جریان حلقه حل کردیم و در هر سه مورد به یک پاسخ رسیدیم. پس مدارها را به روش های مختلف می توان تحلیل کرد ولی باید ببینیم که در کدام روش با تعداد معادلات کمتری و ساده تر به نتیجه می رسیم.

 نتیجه: در روش جمع آثار به ازای هر منبع، مدار یکبار تحلیل می شود. این روش زمانی نسبت به سایر روش ها ترجیح داده می شود که مدار ساده تر حل شود.

۶-۱- تبدیل منابع ولتاژ و جریان به یک دیگر

در تحلیل مدارهای الکتریکی مواردی پیش می آید که به نظر می رسد اگر به جای منبع ولتاژ، یک منبع جریان در مدار قرار داشته باشد، تحلیل مدار ساده تر انجام می گیرد. به شکل ۱-۱۷ توجه کنید. اگر در این مدار به جای منبع واقعی V_s یک منبع جریان واقعی وجود داشت، همه ی مقاومت های منابع مدار با هم موازی بودند و به راحتی با یک محاسبه مقاومت معادل، استفاده از قوانین اهم و جریان های کیرشهف ولتاژ V به دست می آمد. مطلب یادشده این فکر را به وجود می آورد که چگونه می توان منابع ولتاژ و جریان را جایگزین یک دیگر کرد. برای این منظور، چنانچه منابع را جایگزین هم کنیم، نباید در ولتاژ و جریان را جایگزین یک دیگر کرد. برای این منظور، چنانچه منابع را جایگزین منبع جریانی کنیم بدون آن که جریان و ولتاژ مصرف کننده تغییر کند، می توان گفت این دو منبع معادل هم هستند. با توجه به توضیحات فوق منابع معادل را هم به صورت زیر می توان محاسبه کرد.

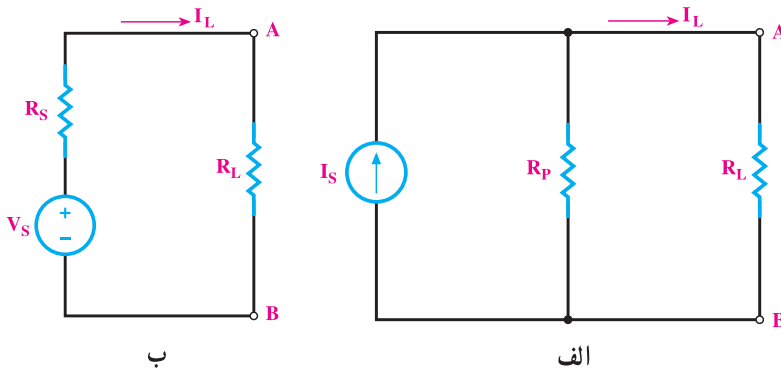


شکل ۱-۱۷

به شکل های ۱-۱۸ نگاه کنید؛ مصرف کننده‌ی R_L در هر دو مدار یکی است. ابتدا جریان مصرف کننده‌ها را در هر دو مدار حساب می‌کنیم.

$$I_L = I_S \frac{R_P}{R_L + R_P} \quad \text{در مدار «الف» داریم:}$$

$$I_L = \frac{V_S}{R_L + R_S} \quad \text{در مدار «ب» داریم:}$$



شکل ۱-۱۸

اکنون برای این که دو منبع شکل های ۱-۱۸ معادل هم باشند، باید جریان I_L در هر دو حالت برابر باشد. با مساوی قرار دادن جریان‌ها داریم:

$$I_{L_S} = I_{L_P}$$

$$\frac{V_S}{R_L + R_S} = \frac{I_S R_P}{R_L + R_P}$$

در معادله‌ی صفحه قبل اگر صورت کسرها باهم برابر باشند، زمانی تساوی برقرار می‌شود که مخرج کسرها نیز باهم برابر باشند. در این صورت می‌توان نوشت:

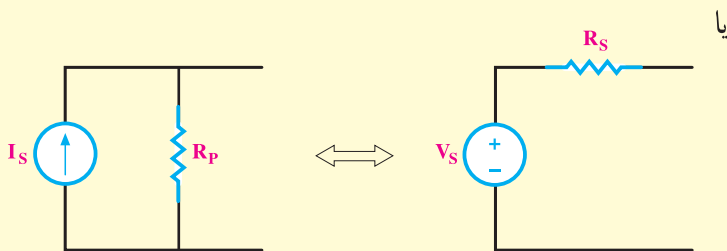
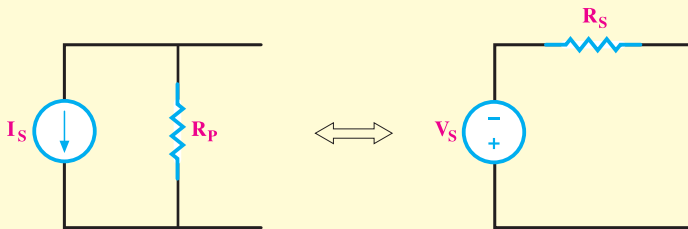
$$\cancel{R_L} + R_S = \cancel{R_L} + R_P \rightarrow R_S = R_P$$

$$V_S = I_S R_P \quad \text{و} \quad I_S = \frac{V_S}{R_S}$$

نتیجه: برای تبدیل یک منبع جریان به منبع ولتاژ، باید مقدار جریان منبع را در مقاومت داخلی آن ضرب کنیم تا مقدار منبع ولتاژ معادل به دست آید. به عکس، اگر بخواهیم منبع ولتاژی را به منبع جریان تبدیل کنیم، کافی است ولتاژ منبع را بر مقاومت داخلی آن تقسیم کنیم تا مقدار منبع جریان معادل به دست آید. بدیهی است که مقاومت داخلی منابع جریان و ولتاژ با هم برابر خواهد بود.

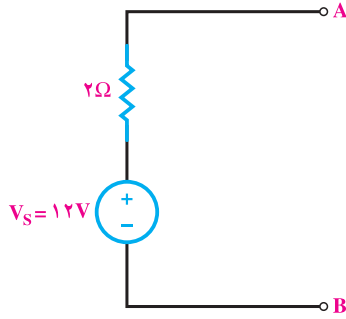
توجه

- اگر در یک مدار، اطلاعاتی از مصرف کننده‌ها یا منابع خواسته شود تبدیل منبع در آن قسمت صحیح نمی‌باشد.
- در تبدیل منابع ولتاژ و جریان به یکدیگر ضروری است به جهت و علامت منابع مطابق شکل زیر توجه شود.



مثال ۸:

منبع جریان معادل ولتاژ شکل ۱-۱۹ را به دست آورید.

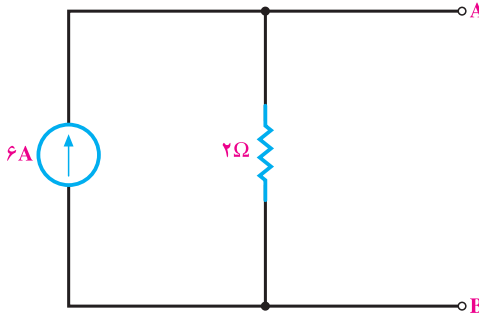


شکل ۱-۱۹

$$R_P = R_S = 2\Omega \text{ و } I_S = \frac{12}{2} = 6A$$

راه حل:

پس منبع جریان معادل به صورت شکل ۱-۲۰ درمی آید.



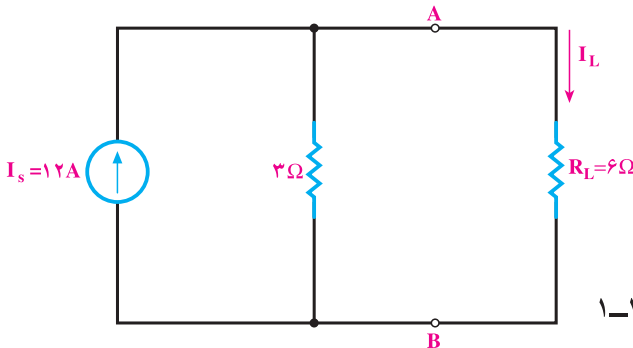
شکل ۱-۲۰

مثال ۹:

در شکل ۱-۲۱ ابتدا جریان مصرف کننده (R_L) را حساب کنید. سپس منبع ولتاژ

معادل منبع جریان مدار را محاسبه کرده شکل مدار را رسم کنید و بار دیگر جریان مصرف کننده را

محاسبه نمایید.



شکل ۱-۲۱

$$I_L = 12 \times \frac{3}{3+6} = 4A$$

راه حل:

$$V_S = 12 \times 3 = 36V \text{ و } R_S = 3\Omega$$

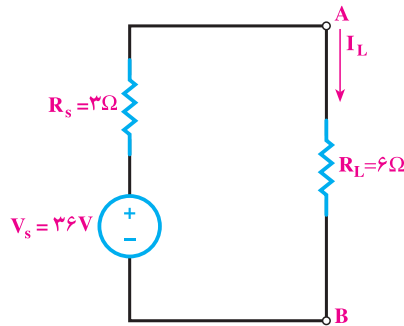
اکنون مدار به صورت شکل ۱-۲۲ خواهد شد.

$$I_L = \frac{36}{3+6} = 4A$$

در این حالت، جریان I_L را داریم:

ملاحظه می کنید که جریان مصرف کننده باز هم ۴ آمپر است. بدیهی است ولتاژ و توان مصرفی آن نیز تغییر نمی کند.

لازم به یادآوری است که منابع ایده آل را نمی توان به یک دیگر تبدیل کرد.



شکل ۱-۲۲

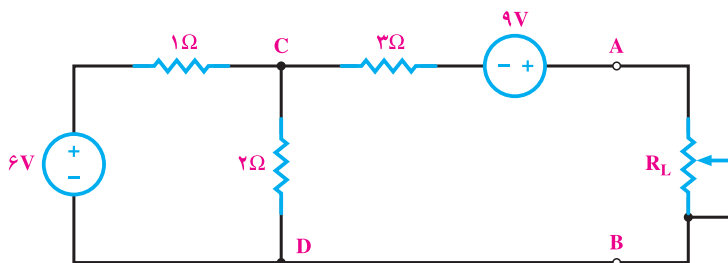
۱-۷- مدار معادل تونن و نورتن مدارهای الکتریکی

در تجزیه و تحلیل مدارهای الکتریکی به مواردی برخورد می کنیم که مدار از عناصر زیادی درست شده است و تعداد زیادی گره و حلقه دارد اما هدف ما فقط بررسی یک عنصر در مدار است و می خواهیم بدانیم با تغییرات این عنصر، مثلاً جریان یا توان آن چه تغییراتی خواهد داشت. در این مورد، تحلیل تکراری مدار بسیار مشکل خواهد بود. حتی اگر از روش های رایانه ای نیز برای تحلیل استفاده کنیم، باز محاسبه های مکرر به زمان بیشتری نیاز دارد. برای از بین بردن این مشکل راه حل هایی ارایه شده است. به این ترتیب که همیشه می توان تمامی عناصر مدار را از دو سر بار یا عنصر مورد نظر به صورت یک منبع واقعی جریان یا ولتاژ، معادل سازی کرد. اگر مدار را به صورت یک منبع ولتاژ واقعی معادل سازی کنیم، مدار را **معادل تونن** گویند و اگر مدار به صورت منبع جریان واقعی معادل سازی شود، آن را **معادل نورتن مدار** گویند. در این جا با ذکر مثال هایی چگونگی محاسبه ی معادل تونن و نورتن مدارهای الکتریکی را بیان می کنیم. تونن و نورتن دو دانشمند بودند که در زمینه ی مخابرات کار می کردند.

۱-۷-۱- معادل تونن مدارهای الکتریکی: برای به دست آوردن معادل تونن مدار، ابتدا

بار یا عنصر مورد نظر را از مدار جدا می‌کنیم، سپس اختلاف پتانسیل بین دو نقطه‌ای را که بار از آن جا جدا شده است، به یکی از روش‌های تحلیل که قبلاً آموخته‌ایم محاسبه می‌کنیم. ولتاژ به دست آمده که به آن **ولتاژ مدار باز** (V_{OC})^۱ گفته می‌شود، همان ولتاژ تونن (V_{th})^۲ مدار است. برای به دست آوردن مقاومت معادل مدار، تمام منابع را بی‌اثر می‌کنیم (منابع جریان باز و منابع ولتاژ اتصال کوتاه). سپس با نگاه کردن به مدار از دو نقطه‌ای که بار از آنجا باز شده، مقاومت معادل کل را به دست می‌آوریم. این مقاومت تونن مدار (R_{th})^۳ خواهد بود.

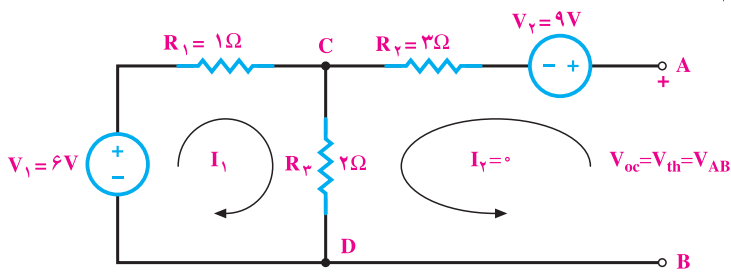
مثال ۱۰: در مدار شکل ۱-۲۳ برای این که بتوانیم اثر تغییرات بار را بررسی کنیم، معادل تونن مدار را به دست می‌آوریم.



شکل ۱-۲۳

راه حل:

۱- ابتدا مطابق شکل ۱-۲۴ بار را از مدار جدا کرده و سپس ولتاژ بین دو پایانه‌ی A و B را محاسبه می‌کنیم.



شکل ۱-۲۴

۱- V_{OC} - Voltage Open Circuit

۲- V_{th} - Voltage Thevenin

۳- R_{th} - Resistance Thevenin

در مدار شکل ۱-۲۴ بین دو نقطه‌ی A و B باز است؛ بنابراین $I_2 = 0$ می‌شود و با

اعمال KVL به حلقه‌ی ۱ داریم: $-V_1 + R_1 I_1 + R_3 (I_1 + I_2) = 0$ **KVL در حلقه‌ی ۱**

مقادیر V_1 و I_2 را جایگزین می‌کنیم و I_1 را به دست می‌آوریم.

$$-6 + 1 \times I_1 + 2(I_1 + 0) = 0 \Rightarrow I_1 = 2A$$

با به دست آوردن I_1 می‌توان V_{OC} را با اعمال KVL به حلقه‌ی ۲ به دست آورد:

KVL در حلقه‌ی ۲ $R_3 (I_2 + I_1) - V_{OC} + V_2 + R_2 I_2 = 0$

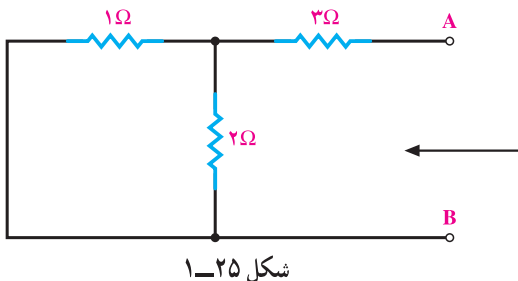
$$2(0 + 2) - V_{OC} + 9 + 3(0) = 0$$

بنابراین، داریم:

$$V_{OC} = 9 + 4 = 13V$$

$$V_{OC} = V_{th} = 13V$$

V_{OC} همان V_{th} است.



شکل ۱-۲۵

$$R_{AB} = R_{th}$$

۲- اکنون منابع ولتاژ و مدار

را مطابق شکل ۱-۲۵ بی‌اثر می‌کنیم

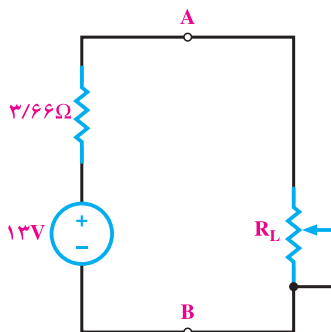
و مقاومت معادل آن را از دو پایانه‌ی

A و B به دست می‌آوریم.

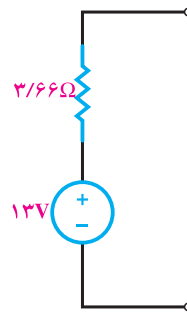
$$R_{th} = \frac{1 \times 2}{1 + 2} + 3 = 3 / 66 \Omega$$

۳- اکنون معادل تون مدار به صورت شکل ۱-۲۶ به دست آمده است. می‌توان بار را به مدار

معادل وصل کرد (شکل ۱-۲۷) و تحلیل لازم را انجام داد.



شکل ۱-۲۷

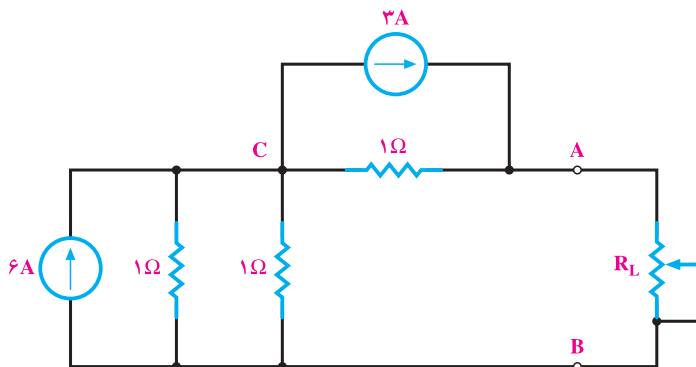


شکل ۱-۲۶

۲-۷-۱- معادل نورتن مدارهای الکتریکی: برای به دست آوردن معادل نورتن مدار،

باز هم ابتدا بار را از مدار جدا می‌کنیم. برای به دست آوردن مقاومت معادل نورتن مدار (R_N) نیز درست به همان صورتی عمل می‌کنیم که هنگام به دست آوردن مقاومت معادل تونن انجام دادیم. پس می‌توان گفت مقاومت‌های معادل تونن و نورتن یکی هستند ($R_N = R_{th}$) اما برای محاسبه‌ی جریان معادل نورتن مدار، پس از باز کردن بار، دو پایانه‌ای را که بار از آن‌جا باز شده است اتصال کوتاه می‌کنیم و سپس جریان عبوری از این اتصال کوتاه را محاسبه می‌کنیم. این جریان که به جریان مدار اتصال کوتاه (I_{SC}) معروف است، همان جریان معادل نورتن مدار (I_N) می‌باشد.

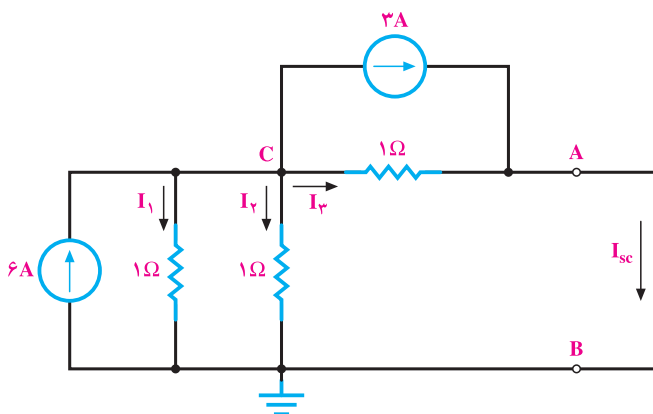
مثال ۱۱: در شکل ۱-۲۸ معادل نورتن مدار را به دست آورید.



شکل ۱-۲۸

راه حل:

۱- ابتدا بار را جدا کرده و دو پایانه‌ی A و B را اتصال کوتاه می‌کنیم (شکل ۱-۲۹).



شکل ۱-۲۹

۲- این مدار را می‌توان از روش پتانسیل گره حل کرد و I_{SC} را محاسبه نمود. توجه داشته باشید که در این حالت، گره‌های A و B به یک گره تبدیل می‌شوند. پس می‌توان نوشت:

$$\text{KCL گره C} \rightarrow -6 + I_1 + I_2 + I_3 + 3 = 0$$

$$-6 + \frac{V_c}{1} + \frac{V_c}{1} + \frac{V_c}{1} + 3 = 0 \rightarrow V_c = 1V$$

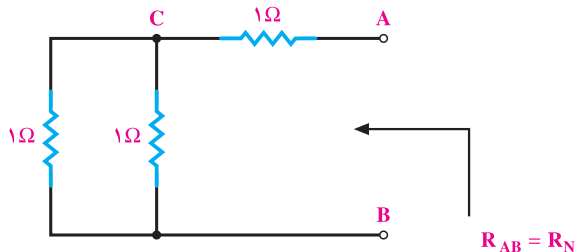
به این ترتیب، جریان در هر یک از مقاومت‌ها نیز یک آمپر است، و همگی از گره C خارج می‌شوند. جریان I_{SC} نیز از مجموع دو جریان (یکی منبع 3A و دومی جریان I_2) به دست می‌آید. پس داریم:

$$I_{SC} = 3 + 1 = 4A$$

$$I_{SC} = I_N = 4A$$

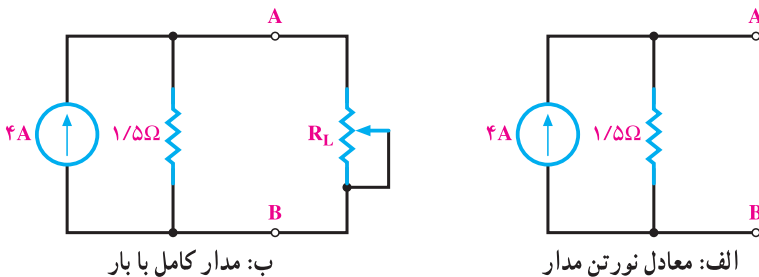
۳- مقاومت معادل نورتن با بی‌اثر کردن منابع - درحالی که مقاومت بار باز شده است - به دست می‌آید (شکل ۱-۳۰).

$$R_N = \frac{1 \times 1}{1+1} + 1 = 1/5 \Omega$$



شکل ۱-۳۰

۴- معادل نورتن مدار و مدار کامل به صورت شکل‌های ۱-۳۱ است.



شکل ۱-۳۱

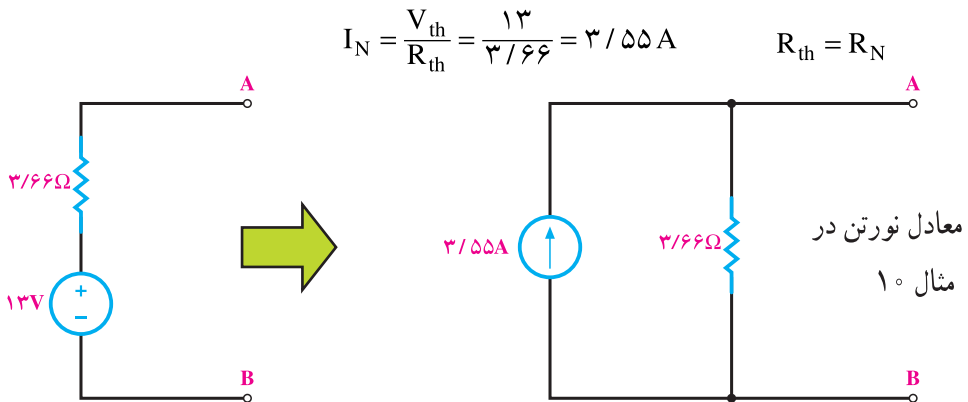
گاهی ممکن است معادل تونن مداری را داشته باشیم و بخواهیم معادل نورتن همان مدار یا به عکس معادل نورتن را داشته و به دنبال معادل تونن باشیم. در این گونه موارد به راحتی می‌توانیم با تبدیل منابع، معادل دیگر را برای مدار به دست آوریم.

مثال ۱۲: معادل نورتن مثال ۱۰ و معادل تونن مدار مثال ۱۱ را به دست آورید.

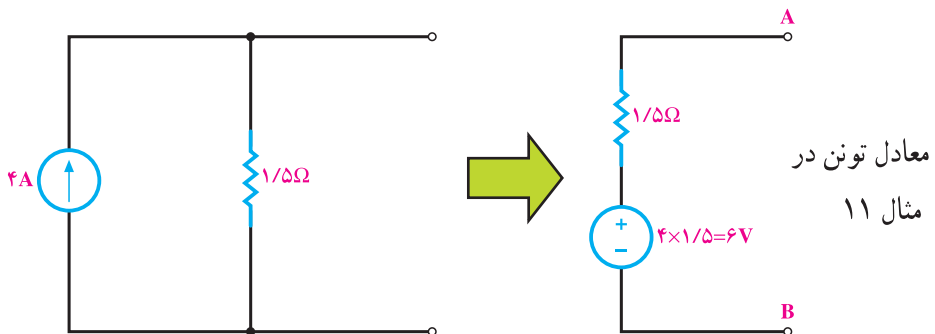
راه حل: (شکل‌های ۱-۳۲)

تذکر

برای جلوگیری از اشتباه و تعیین جهت صحیح جریان منابع و پلاریته‌ی ولتاژ آن‌ها به جهت جریان اتصال کوتاه (I_{SC}) و هم‌چنین به پلاریته‌ی ولتاژ مدار باز (V_{OC}) کاملاً دقت کنید.



$$V_{th} = I_N \cdot R_N = 4 \times 1/5 = 6 \text{ V}$$



شکل ۱-۳۲

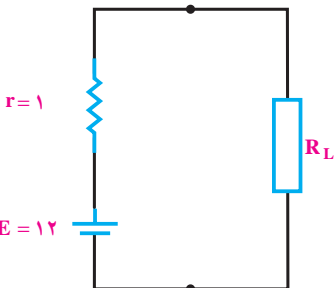
۸-۱- انتقال ماکزیمم توان به بار

یکی از مسائلی که در مدارهای الکتریکی مطرح می‌شود، این است که در چه شرایطی می‌توان ماکزیمم توان ممکن را به بار منتقل کرد. از آن‌جا که منابع تغذیه دارای مقاومت داخلی هستند، تمامی توانی را که به مدار تحویل می‌دهند به بار نمی‌رسد. انتقال ماکزیمم توان ممکن را به بار، **تطابق** می‌گویند. به خصوص در مدارهای الکترونیک که عناصر زیادی در مدار وجود دارد و مدار از قسمت‌ها و طبقات مختلفی درست شده است، ایجاد تطابق بین طبقات مختلف مدار و انتقال ماکزیمم توان از یک طبقه به طبقه‌ی دیگر مسئله‌ی مهمی است. در نتیجه، چگونگی انتقال ماکزیمم توان مورد توجه قرار می‌گیرد. اگر مقاومت بار صفر باشد، (اتصال کوتاه شود) چون ولتاژ دو سر خروجی صفر می‌شود پس توان آن نیز صفر خواهد بود. از طرفی، اگر مقاومت بار بی‌نهایت باشد، به دلیل صفر بودن جریان این بار توان آن نیز صفر می‌شود. بدیهی است اگر بار دارای ولتاژ و جریان باشد، دارای توان نیز خواهد بود. پس اگر مقاومت بار از صفر زیاد شود و تا بی‌نهایت افزایش یابد (مدار باز شود)، توان آن هم از صفر زیاد می‌شود و مجدداً به صفر برمی‌گردد. در این بین حالتی وجود دارد که توان مصرف‌کننده به بیشترین مقدار می‌رسد. محاسبه‌ها نشان می‌دهند که زمانی ماکزیمم توان به بار یا مصرف‌کننده منتقل می‌شود که مقاومت بار با مقاومت داخلی منبع تغذیه برابر باشد. اگر مدار دارای عناصر زیادی باشد، می‌توان با به‌دست آوردن معادل تونن یا نورتن مدار از دوسر بار، تمامی مدار را به صورت یک منبع ولتاژ یا جریان واقعی نشان داد. در این صورت، می‌توان گفت

زمانی ماکزیمم توان به بار منتقل می‌شود که مقاومت بار با مقاومت معادل تونن یا نورتن مدار برابر باشد. $R_L = R_{th} = R_N$ شرط ماکزیمم شدن توان بار)

مثال ۱۳: یک باتری مطابق شکل ۱-۳۳ با مقاومت داخلی $r = 1\Omega$ ، نیروی محرکه‌ی

$E = 12$ ولت را تولید می‌کند. این باتری در چه جریانی می‌تواند ماکزیمم توان را به بار بدهد؟ در این حال توان مصرف‌کننده چند وات است؟



اگر مقاومت بار را به ترتیب $R_L = 3\Omega$ ، $R_L = 5\Omega$ ، $R_L = \infty$

در نظر بگیرید در هر مرحله توان مصرفی چند وات می‌شود؟

شکل ۱-۳۳

راه حل:

اولاً در صورت انتقال توان ماکزیمم مقاومت مصرف کننده باید با مقاومت داخلی مولد

$$R_L = r = 1\Omega$$

- یعنی ۱ اهم - برابر باشد. پس می توان نوشت:

$$I = \frac{E}{r + R_L} = \frac{12}{1+1} = 6A$$

$$P_{\max} = R_L \times I^2 = 1 \times 6^2 = 36W$$

$$P_{r1} = R_L \left(\frac{E}{r + R_L} \right)^2 = 3 \times \left(\frac{12}{1+3} \right)^2 = 27W$$

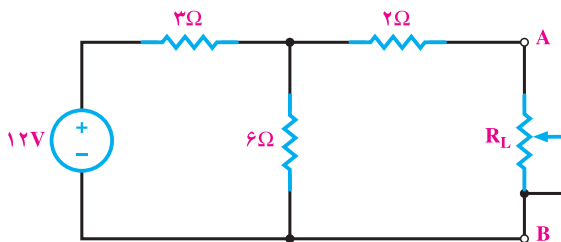
ثانیاً:

$$P_{r2} = 0.5 \times \left(\frac{12}{1+0.5} \right)^2 = 32W$$

ملاحظه می شود توان مصرفی در هر دو حالت فرض دوم از حالت اول کم تر است؛ یعنی، وقتی مقاومت بار از ۱ اهم کمتر، یا از آن زیادتر شود، توان مصرفی کوچک شده است. پس در مقاومت ۱ اهم، توان مصرفی ماکزیمم است.

مثال ۱۴: در مدار شکل ۱-۳۴ ماکزیمم توانی که می تواند به بار منتقل شود، چند وات

است و در چه مقدار از مقاومت بار حاصل می شود؟



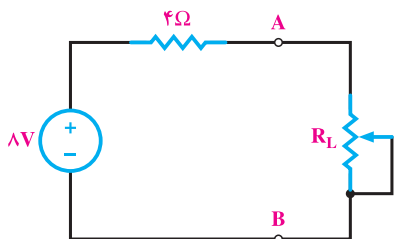
شکل ۱-۳۴

راه حل:

ابتدا مقاومت بار را از مدار جدا می کنیم و معادل تونن مدار را از دو نقطه ی A و B به دست می آوریم. با توجه به این که در صورت باز شدن R_L از مقاومت ۲ اهمی جریان نمی گذرد و ولتاژ آن صفر است، پس V_{OC} همان ولتاژ دو سر مقاومت ۶ اهم است. در نتیجه، می توان نوشت:

$$V_{th} = V_{OC} = V_{6\Omega} = 12 \times \frac{6}{3+6} = 8V$$

$$R_{th} = \frac{3 \times 6}{3 + 6} + 2 = 2 + 2 = 4 \Omega$$



شکل ۱-۳۵

اکنون مدار را به صورت شکل ۱-۳۵ داریم :
برای انتقال ماکزیمم توان باید R_L مساوی ۴ اهم باشد
و توان ماکزیمم در R_L برابر است با :

$$P_{max} = \left(\frac{8}{4 + 4} \right)^2 \times 4 = 4W$$

نتیجه: اگر مقاومت بار با مقاومت داخلی منبع برابر باشد ماکزیمم توان به بار منتقل می شود و اندازه توان ماکزیمم در معادل تونن و نورتن را می توان از روابط زیر به دست آورد.

$$P_{max} = \frac{V_{th}^2}{4R_{th}} \quad (\text{ماکزیمم توان بار براساس معادل تونن مدار})$$

$$P_{max} = \frac{1}{4} R_N I_N^2 \quad (\text{ماکزیمم توان بار براساس معادل نورتن مدار})$$

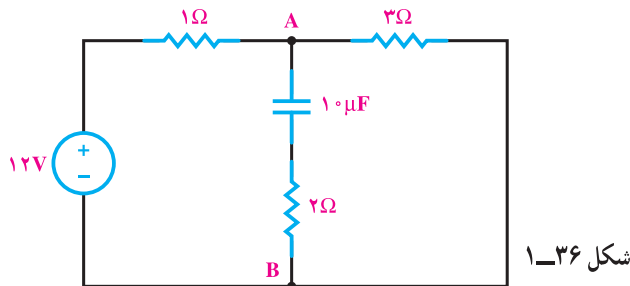
۹-۱ مدارهای شامل سلف و خازن

همان طور که در درس مبانی برق خواندید، وقتی یک خازن به منبع ولتاژ جریان مستقیم وصل می شود، ابتدا جریان نسبتاً بزرگی در مدار جریان می یابد و خازن رفته رفته شارژ می شود تا ولتاژ دوسر آن به اندازه ولتاژ منبع برسد. در همین حالت، جریان مدار هم به تدریج کاهش می یابد تا وقتی که خازن کاملاً شارژ شود. در این حالت، جریان مدار به صفر می رسد. پس از این فرآیند که حدود ۵ ثابت زمانی طول می کشد، خازن در مدار مانند یک کلید باز عمل می کند. وقتی ۵ ثابت زمانی سپری می شود، در اصطلاح می گویند مدار به حالت پایدار یا ماندگار خود رسیده است. پس در مدارهای جریان مستقیم و در حالت ماندگار عبوری از خازن صفر است و خازن به صورت یک کلید باز عمل می کند. در حالی که به اندازه ولتاژ اعمال شده به دوسر آن، شارژ شده است. هم چنین ملاحظه کردید که سلف در مدار با تغییرات جریان مخالف است؛ بنابراین، وقتی در یک مدار جریان مستقیم شامل سلف، کلید مدار را وصل می کنیم، ابتدا سلف با ایجاد یک ولتاژ خودالقایی در خلاف جهت ولتاژ اعمال شده، با برقراری جریان مخالفت می کند؛ و جریان کمی در مدار جاری می شود اما رفته رفته این مخالفت

کاهش می‌یابد و از بین می‌رود به طوری که پس از گذشت ۵ ثابت زمانی، جریان مدار به حداکثر مقدار خود می‌رسد و نیروی محرکه‌ی خودالقایی سلف صفر می‌شود. به طوری که می‌توان گفت **وقتی یک مدار جریان مستقیم شامل سلف به حالت ماندگار می‌رسد، ولتاژ دو سر سلف صفر است و سلف به صورت یک هادی اتصال کوتاه عمل می‌کند.** در واقع دیگر در مدار دیده نمی‌شود و نقشی ندارد. البته در این حالت، به دلیل عبور جریان از سلف، مقداری انرژی در آن ذخیره می‌شود. ضمن این که جریان مدار ماکزیمم است. از زمان کلیدزنی تا زمان پایدار شدن را می‌گوییم مدار در حالت گذراست. از آن جا که در عمل در بسیاری موارد و به خصوص در وسایل الکترونیکی به مدارهای جریان مستقیمی برمی‌خوریم که از عناصر غیرفعالی چون سلف، خازن و مقاومت اهمی درست شده‌اند، به حل کردن نمونه‌هایی از این مدارها در حالت پایدار می‌پردازیم. لازم به ذکر است که بررسی مدارها در حالت گذرا از حیطه‌ی این درس خارج است و در دوره‌های بالاتر به آن می‌پردازند.

مثال ۱۵: مدار شکل ۱-۳۶ در حالت ماندگار است. مطلوب است محاسبه‌ی:

الف - جریان مقاومت ۳ اهمی. ب - انرژی ذخیره شده در خازن.



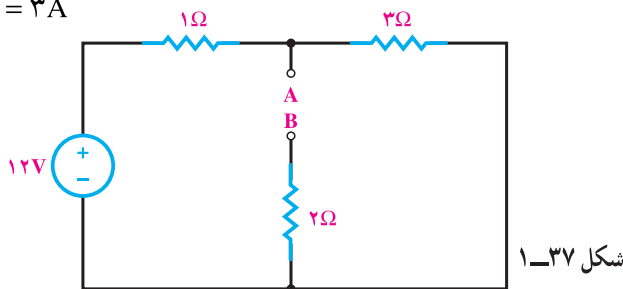
شکل ۱-۳۶

راه حل:

الف - در حالت ماندگار، خازن شارژ می‌شود و مانند کلید باز عمل می‌کند. پس مدار

به صورت شکل ۱-۳۷ در می‌آید و جریان مقاومت ۳ اهمی برابر است با:

$$I_{3\Omega} = \frac{12}{1+3} = 3A$$



شکل ۱-۳۷

ب: اختلاف پتانسیل بین دو نقطه‌ی A و B برابر است با:

$$V_{AB} = 3\Omega \times 3A = 9V$$

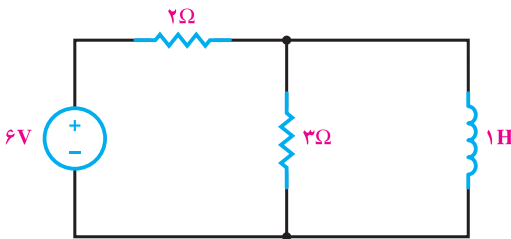
چون از شاخه‌ی خازن دار جریان عبور نمی‌کند، پس افت ولتاژ دوسر مقاومت ۲ اهمی صفر و ولتاژ شارژ خازن همان $V_C = V_{AB} = 9V$ است. در نتیجه، داریم:

$$W_C = \frac{1}{2} CV_C^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 10^{-6} \times 9^2 = 405 \times 10^{-6} \text{ ژول}$$

همان‌طور که می‌بینید، با وجود این که جریان خازن صفر است ولی در آن مقداری انرژی ذخیره شده است.

مثال ۱۶: مدار شکل ۱-۳۸ در حالت

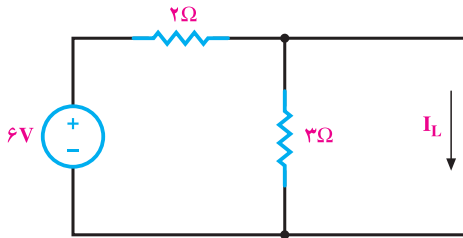
- پایدار است. مطلوب است محاسبه‌ی:
- الف: جریان مقاومت ۳ اهمی.
- ب: انرژی ذخیره شده در سلف.



شکل ۱-۳۸

راه حل:

الف: در حالت ماندگار سلف، به صورت اتصال کوتاه عمل می‌کند؛ یعنی مدار به صورت شکل ۱-۳۹ در می‌آید و چون دوسر مقاومت ۳ اهمی اتصال کوتاه است، پس جریان از آن نمی‌گذرد و داریم: $I_{3\Omega} = 0$



شکل ۱-۳۹

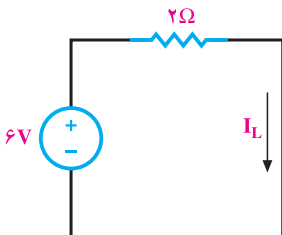
ب: در حالت ماندگار، مدار به صورت شکل ۱-۴۰ است.

در نتیجه، جریانی که از سلف می‌گذرد برابر است با:

$$I_L = \frac{6V}{2\Omega} = 3A$$

پس انرژی ذخیره شده در سلف برابر است با:

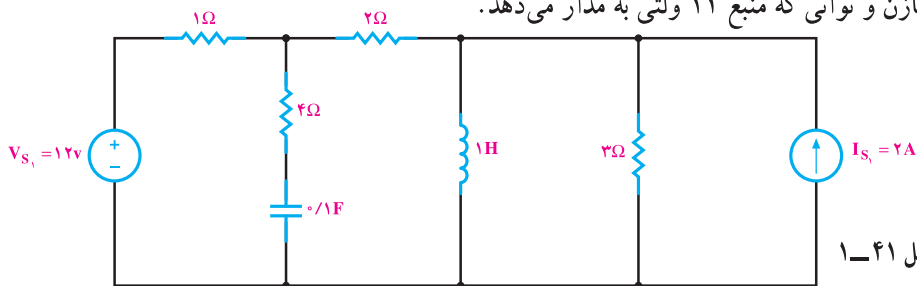
$$W_L = \frac{1}{2} LI_L^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times 3^2 = 4.5 \text{ ژول}$$



شکل ۱-۴۰

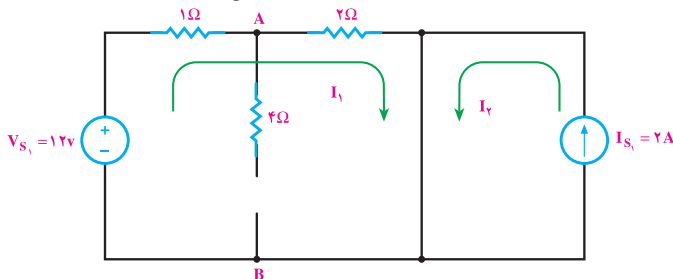
مثال ۱۷: مدار شکل ۱-۴۱ در حالت پایدار است. مطلوبست انرژی ذخیره شده در سلف

و خازن و توانی که منبع ۱۲ ولتی به مدار می‌دهد.



راه حل:

چون مدار در حالت پایدار قرار دارد، پس سلف اتصال کوتاه و خازن مدار باز است. در نتیجه، مقاومت ۳ اهم نیز اتصال کوتاه است و مدار به صورت شکل ۱-۴۲ درمی‌آید. در این حالت جریان عبوری از سلف و ولتاژ دو سر خازن به صورت زیر محاسبه می‌شود.



$$I_1 = \frac{12}{1+2} = 4A$$

$$I_2 = 2A$$

$$I_L = I_1 + I_2 = 4 + 2 = 6A \quad \text{جریان عبوری از سلف}$$

$$V_{1\Omega} = R_{1\Omega} \times I_1 = 1 \times 4 = 4V$$

$$V_{AB} = V_C = V_{s1} - V_{1\Omega} = 12 - 4 = 8V$$

ولتاژ دو سر خازن

$$W_L = \frac{1}{2} L \cdot I_L^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times (6)^2 = 18J$$

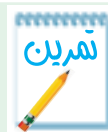
انرژی ذخیره شده در سلف

$$W_C = \frac{1}{2} C \cdot V_C^2 = \frac{1}{2} \times 0.1 \times (8)^2 = 3.2J$$

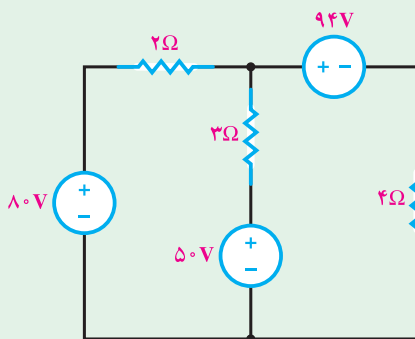
انرژی ذخیره شده در خازن

توانی که منبع ۱۲ ولت به مدار تزریق می‌کند برابر است با:

$$P_{12V} = -12 \times 4 = -48 \text{ W}$$

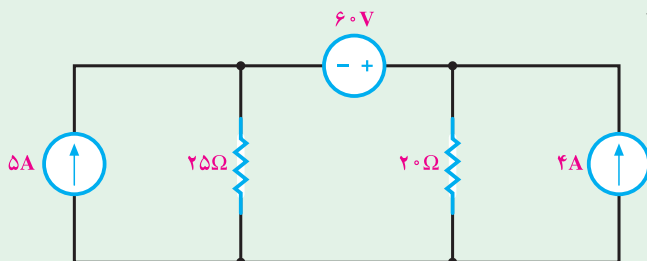


۱- در مدار شکل ۱-۴۳ با استفاده از روش جریان حلقه، توان مصرفی در مقاومت ۳ اهمی را حساب کنید.



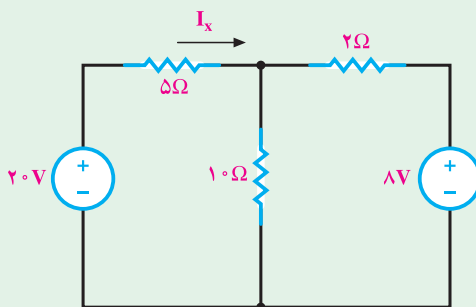
شکل ۱-۴۳

۲- در مدار شکل ۱-۴۴ با استفاده از روش جریان حلقه و بدون تبدیل منابع، توان منبع ولتاژ را محاسبه کنید.



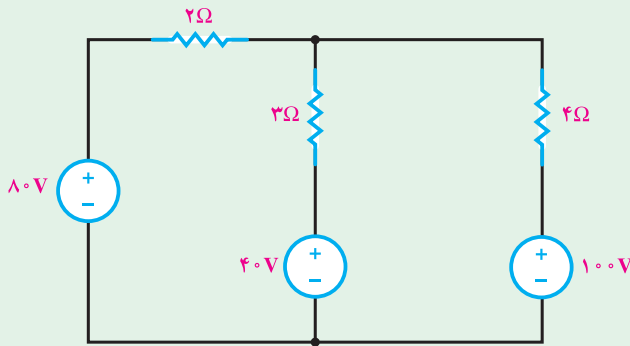
شکل ۱-۴۴

۳- با استفاده از روش پتانسیل گره و بدون تبدیل منابع جریان I_X را حساب کنید.



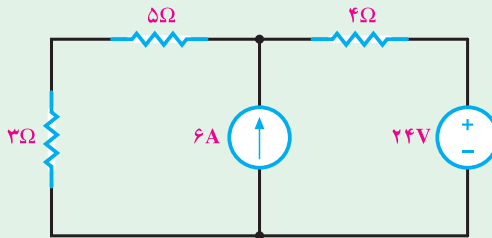
شکل ۱-۴۵

۴- در مدار شکل ۱-۴۶ با استفاده از روش پتانسیل گره و بدون تبدیل منابع توان مصرفی در مقاومت ۳ اهمی را محاسبه کنید.



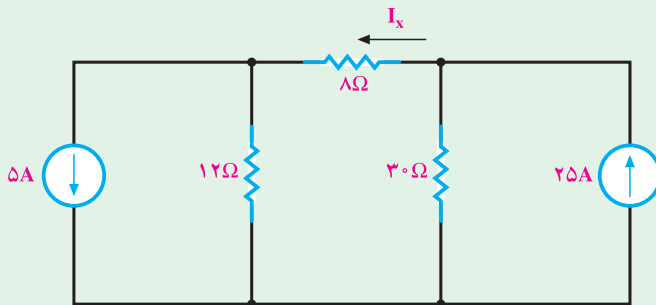
شکل ۱-۴۶

۵- در شکل ۱-۴۷ با استفاده از اصل جمع آثار، توان را در مقاومت ۳ اهمی محاسبه کنید.



شکل ۱-۴۷

۶- با استفاده از روش جمع آثار جریان I_x را در مدار شکل ۱-۴۸ حساب کنید.



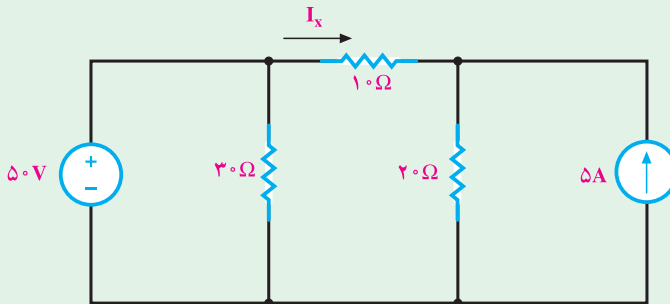
شکل ۱-۴۸

۷- در مدار شکل ۱-۴۹، مطلوب است محاسبه‌ی جریان I_X با استفاده از روش‌های

الف: اصل جمع آثار

ب: پتانسیل گره

پ: جریان حلقه.



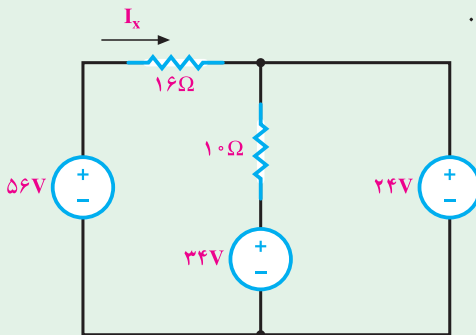
شکل ۱-۴۹

۸- در مدار شکل ۱-۴۴ ابتدا منابع جریان را به منبع ولتاژ تبدیل کنید و سپس به کمک روش

جریان حلقه، جریان منبع 60 ولت را حساب کنید.

۹- در مدار شکل ۱-۴۷ ابتدا منابع ولتاژ را به منبع جریان تبدیل کنید و سپس با کمک روش

پتانسیل گره جریان مقاومت 3Ω را به دست آورید.



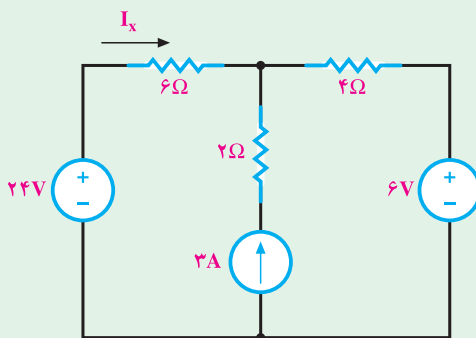
شکل ۱-۵۰

۱۰- در مدار شکل ۱-۵۰ مطلوب است:

الف: جریان I_X .

ب: توان مصرفی در مقاومت 10 اهمی.

پ: توان منبع ولتاژ 24 ولتی.



شکل ۱-۵۱

۱۱- در مدار شکل ۱-۵۱ جریان I_X را

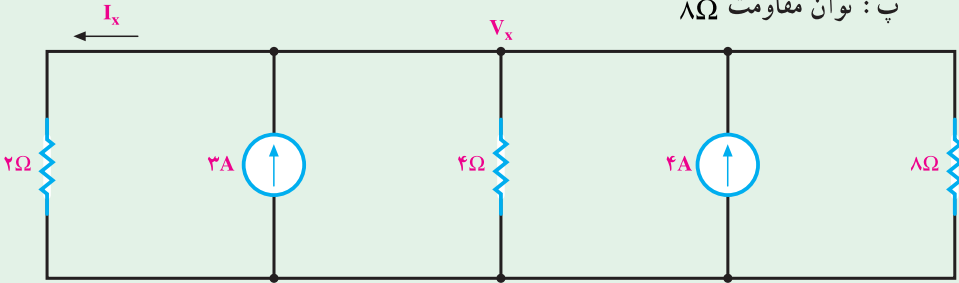
از طریق پتانسیل گره محاسبه کنید.

۱۲- در مدار شکل ۱-۵۲ مطلوب است :

الف : پتانسیل V_X

ب : جریان I_X

پ : توان مقاومت 8Ω

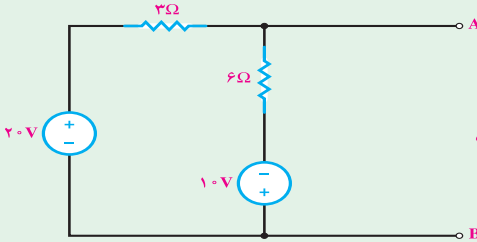


شکل ۱-۵۲

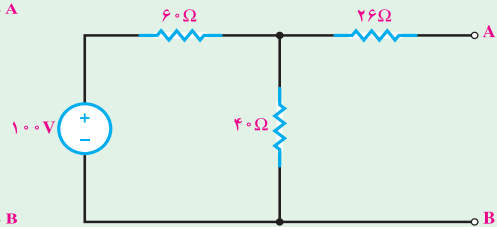
۱۳- در مدارهای شکل های ۱-۵۳ تا ۱-۵۶ مطلوب است :

الف : معادل تونن مدار از دو پایانهی A و B .

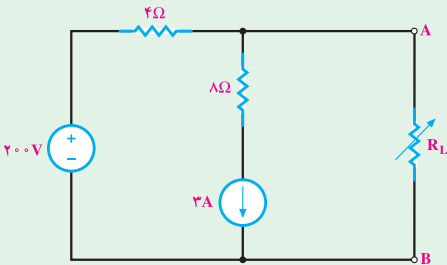
ب : معادل نورتن مدار از دو پایانهی A و B .



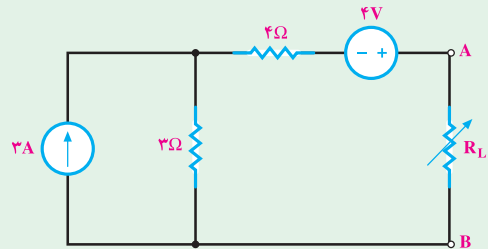
شکل ۱-۵۴



شکل ۱-۵۳



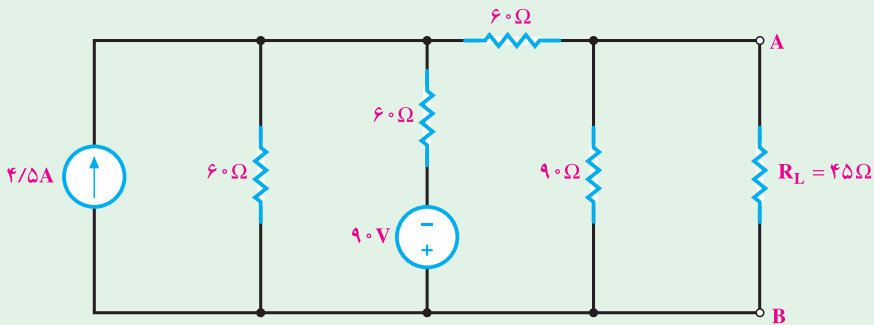
شکل ۱-۵۶



شکل ۱-۵۵

۱۴- در شکل ۱-۵۷ توان مقاومت بار (R_L) را با استفاده از معادل تونن مدار به دست

آورید.

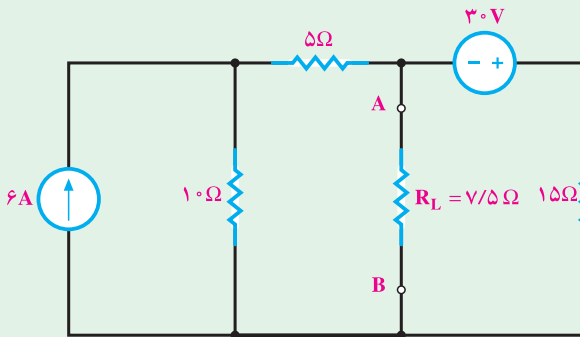


شکل ۱-۵۷

۱۵- معادل نورتن مدار شکل ۱-۵۷ را با استفاده از تبدیل تونن به نورتن به دست آورید.

۱۶- در شکل ۱-۵۸ جریان مقاومت بار (R_L) را با استفاده از معادل نورتن مدار به دست

آورید.

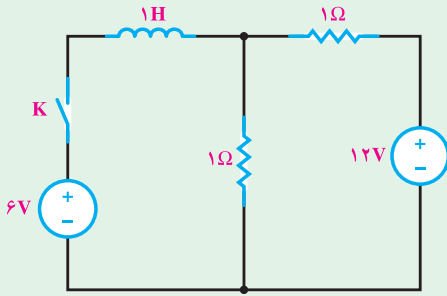


شکل ۱-۵۸

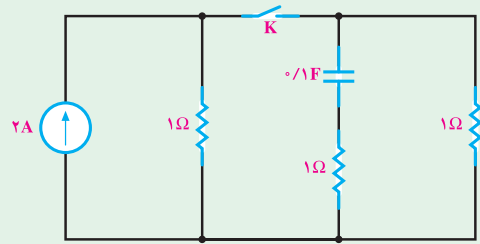
۱۷- معادل تونن مدار شکل ۱-۵۸ را با استفاده از تبدیل نورتن به تونن به دست آورید.

۱۸- در مدارهای شکل ۱-۵۹ و ۱-۶۰ پس از وصل شدن کلید و سپری شدن ۵ ثابت زمانی

انرژی ذخیره شده در سلف و خازن را حساب کنید.

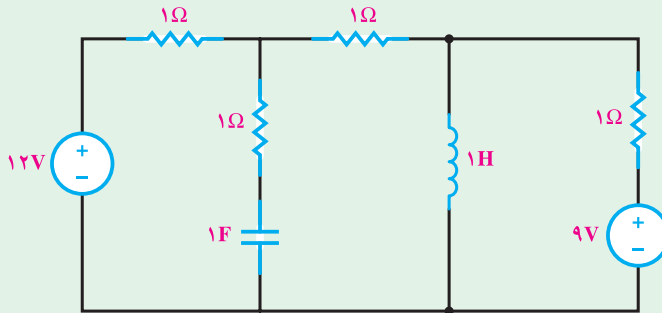


شکل ۱-۶۰



شکل ۱-۵۹

۱۹- مدار شکل ۱-۶۱ در حالت ماندگار است. توان هر کدام از منابع و انرژی ذخیره شده در سلف و خازن را حساب کنید.

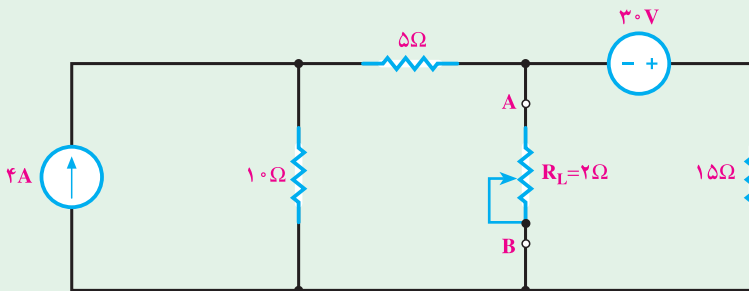


شکل ۱-۶۱

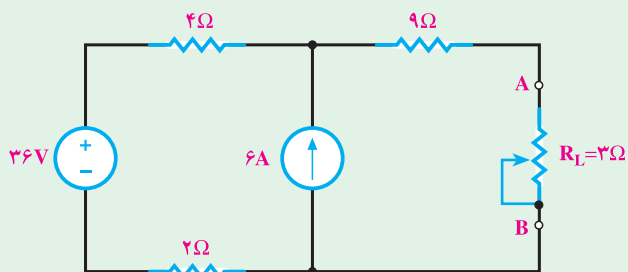
۲۰- در مدارهای شکل‌های ۱-۶۲ و ۱-۶۳ با استفاده از روش تونن مطلوب است:

الف: جریان در R_L در شرایط فعلی مدار

ب: ماکزیمم توان انتقالی به R_L

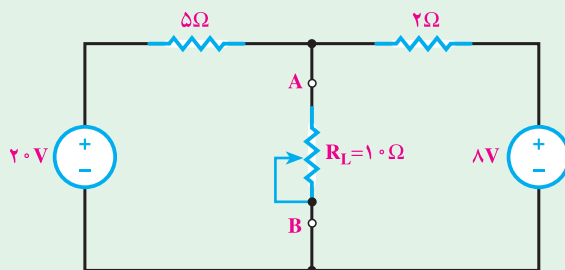


شکل ۱-۶۲

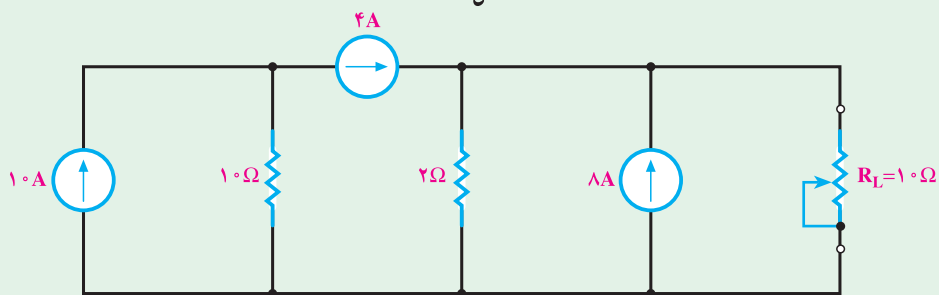


شکل ۱-۶۳

۲۱- در مدارهای شکل ۱-۶۴ و ۱-۶۵ با استفاده از روش نورتن، مطلوب است:
 الف: جریان در شرایط فعلی مدار
 ب: ماکزیمم توان انتقالی به R_L



شکل ۱-۶۴



شکل ۱-۶۵